

3 Calcul de fonctions dérivées

⇒ **Propriété** (Dérivée de la somme). Si f et g sont deux fonctions et que h est définie par $h(x) = f(x) + g(x)$, alors $h'(x) = f'(x) + g'(x)$.^[8]

On peut le retenir sous la forme « $(f + g)' = f' + g'$ »^[9]

Exemple. Calculer la dérivée des fonctions suivantes :

1) $f(x) = x^2 + x$

Réponse : $f'(x) = 2x + 1$ ^[10]

2) $g(x) = x^3 + 7$

Réponse : $g'(x) = 3x^2 + 0 = 3x^2$ ^[11]

⇒ **Propriété** (Dérivée d'un produit par une constante). Si f est une fonction et k une constante^[12], et que g est définie par $g(x) = k \times f(x)$, alors $g'(x) = k \times f'(x)$.^[13]

On peut le retenir sous la forme « $(k \times f)' = k \times f'$ »^[14]

Attention ! k doit bien être une constante, c'est à dire un nombre réel, sans x !

Exemple. Calculer la dérivée des fonctions suivantes :

1) $f(x) = 5x^2$

Réponse : on voit que $f(x) = 5 \times x^2$. 5 est bien une constante (pas de x), et on connaît la dérivée de x^2 .

$f'(x) = 5 \times 2x$ ^[15]

$f'(x) = 10x$ ^[16]

2) $g(x) = -2x^3$

Réponse : $g(x) = (-2) \times x^3$ ^[17]

$g'(x) = (-2) \times 3x^2$ ^[18]

$g'(x) = -6x^2$

3) $h(x) = 5x^3 - 8x$ ^[19]

Réponse : $h(x) = 5 \times x^3 - 8 \times x$ ^[20]

[8]. Si cette formule ne vous parle pas, ne vous inquiétez pas, elle est plus simple à appliquer qu'à mémoriser ! De fait il est inutile de la connaître "comme ça", tant que vous savez faire les exemples plus bas.

[9]. Ou « La dérivée de la somme c'est la somme des dérivées ». Attention, ceci n'est pas une formule « officielle », cela ne veut rien dire des "prime" comme cela, c'est un moyen "court" de se souvenir de la formule. Si cela ne vous aide pas, laissez tomber.

[10]. x^2 a pour dérivée $2x$ (d'après le tableau), et x a pour dérivée 1.

[11]. La dérivée de x^3 est $3x^2$, et 7 est une constante (pas de x) donc sa dérivée c'est 0.

[12]. un nombre réel, pas quelque chose avec du « x »

[13]. Pareil que la propriété précédente, c'est plus facile à appliquer qu'à mémoriser !

[14]. On peut aussi retenir : « quand une fonction est multipliée par un nombre, alors on dérive la fonction mais on laisse le nombre "tel quel" ».

[15]. Le 5 reste tel quel, et la dérivée de x^2 est $2x$.

[16]. On finit le calcul, quand même ! :)

[17]. On « sépare » la partie "en x " de la constante. Cette étape n'est pas indispensable, mais je vous la conseille si vous n'êtes pas (encore) à l'aise.

[18]. Là encore, le -2 n'a pas bougé, et on a pris la dérivée de x^3 qui est $3x^2$.

[19]. Attention, niveau supérieur : ici on va utiliser les deux propriétés !

[20]. On a bien séparé les constantes

$$h'(x) = 5 \times 3x^2 - 8 \times 1 \text{ [21]}$$

$$h'(x) = 15x^2 + 8 \text{ [22]}$$

[21]. On a bien calculé les dérivées de x^3 et de x qui sont $2x^3$ et 1. On laisse les constantes telles quelles.

[22]. Attention, il y avait une grosse typo là ! Désolée ! :(