

Loi de Bernoulli - petit TP

Dans ce TP, nous allons utiliser un tableur pour simuler une loi de Bernoulli de paramètre p . Nous allons simuler un grand nombre de tirages pour voir la "moyenne" du nombre de succès se rapprocher de l'espérance.

Vous pourrez écrire les réponses aux questions sur papier (ou dans un fichier informatique), ainsi que la feuille de calcul obtenue à la fin.

Exercice 1. *Le problème*

On tire au hasard une carte dans un jeu de 52 cartes. On considère que c'est un succès si on tire un Pique.

- 1) Il s'agit d'une expérience de Bernoulli. Quel est son paramètre ?
- 2) On introduit une variable aléatoire X qui vaut 0 en cas d'échec et 1 en cas de succès. On dit que X suit Recopier la phrase précédente en complétant.
- 3) Donner sa loi de probabilité sous forme de tableau ^[1].
- 4) Donner $E(X)$. Interpréter. ^[2]

Exercice 2. *Simulation*

Nous allons maintenant simuler ces tirages, pour voir si on obtient bien cette espérance après "un grand nombre" de tirages. Comme on ne va pas tirer des centaines ou des milliers de cartes, on le fait faire par un tableur.

Ouvrir, avec le tableur LibreOffice le fichier `simulation.ods` (si vous n'avez pas LibreOffice essayez un autre tableur, par exemple Excel).

Vous avez un fichier qui ressemble à ça :

[1]. Voir le cours

[2]. D'après le cours, il n'y a pas de calcul à faire...

LOI DE BERNOULLI - PETIT TP

	A	B	C	D	E
1	Loi de Bernoulli				
2					
3	Choix du paramètre p (probabilité du succès)				
4	0,2				
5					
6	Loi de probabilité				
7					
8	x_i	0	1		
9	$P(X=x_i)$	0,8000	0,2000		
10					
11	Tirage			Nombre de tirages	
12				0	
13				Nombre de 1	
14				0	
15				Moyenne	
16				#DIV/0 !	

La cellule A4 (en vert) sert à saisir la probabilité de succès. Si vous la changez, le reste de la page se mettra à jour tout seul. Si vous saisissez une valeur incorrecte, la case devrait se mettre en rouge.

En dessous, vous avez le tableau de la loi de probabilité, et plus bas, une partie "simulation" sur laquelle nous reviendrons.

- 1) Saisir la probabilité p calculée à la question précédente (sous forme décimale) dans la cellule A4. Normalement le tableau de la loi de probabilité doit se mettre à jour tout seul (vérifier que c'est celui que vous avez obtenu à l'exercice précédent).

- 2) Dans la cellule A12, saisir la formule `=SI(ALEA()<A4;1;0)`
 Cette formule permet d'effectuer un tirage aléatoire de 0 ou 1 avec 1 qui a la probabilité définie dans la case A4 (donc notre p). *Explications sur cette formule pour les avancé(e)s ou les curieux(es) à la fin du TP.*

En principe vous devriez voir apparaître 0 ou 1. Si vous faites F9, (recalculer, donc un nouveau tirage aléatoire), le chiffre va peut-être changer. Refaire F9 plein de fois, vous devriez voir plus souvent des 0 que des 1.

11	Tirage			Nombre de tirages	
12		0		1	
13				Nombre de 1	
14				0	
15				Moyenne	
16				0	
17					
18					

Ici on voit que le tirage est 0. On observe à droite le nombre de

tirages (un seul), le nombre de 1 obtenus (zéro), et la moyenne (0).

- 3) Étirer la formule vers le bas. *Pour ceux qui n'ont jamais fait, vous cliquez sur le coin en bas à droite, puis en restant appuyé, vous faites glisser vers le bas.*

	11	Tirage
12		0
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		

	11	Tirage
12		0
13		0
14		1
15		0
16		0
17		0
18		
19		

Si tout fonctionne, l'étirer de manière à avoir 100 tirages.

- 4) Vous pouvez appuyer sur F9 pour avoir plusieurs tirages différents. Donner 5 exemples de moyennes obtenues.
- 5) Étirer de nouveau la formule, de manière à avoir plus de 2000 tirages. Donner 5 exemples de moyennes obtenues. Que remarque-t-on par rapport à la question précédente ?

Explications de `=SI(ALEA()<A4;1;0)`

`ALEA()` tire un nombre à virgule au hasard entre 0 et 1. Il y a autant de chances d'avoir un nombre qu'un autre. Vous pouvez tester la formule `=ALEA()` dans un tableur et faire F9 pour observer.

- Ainsi donc, il y a 50 % de chances d'avoir un nombre inférieur à 0,5 et 50 % d'avoir un nombre supérieur à 0,5.
- Il y a 60 % de chances d'avoir un nombre inférieur à 0,6 et 90 % d'avoir un nombre entre 0,6 et 1
- Il y a 10 % de chances d'avoir un nombre inférieur à 0,1 et 90 % d'avoir un nombre entre 0,1 et 1
- etc.

Supposons que mon p soit 0,2. Ça tombe bien, j'ai 20 % de chances (proba 0,2) que mon nombre aléatoire soit inférieur à 0,2. D'où la formule qui dit "Si mon aléatoire est inférieur à A4 (cellule où on a mis la probabilité), alors je mets 1, sinon 0". Les « \$ » dans la formule servent à ce que le A4 ne change pas quand on étire la formule.