

## 2 Espérance

⇒ **Définition (Espérance).** Si  $X$  est une variable aléatoire dont la loi est donnée par le tableau

|              |       |       |         |       |
|--------------|-------|-------|---------|-------|
| $x_i$        | $x_1$ | $x_2$ | $\dots$ | $x_n$ |
| $P(X = x_i)$ | $p_1$ | $p_2$ | $\dots$ | $p_n$ |

L'espérance de  $X$  est

$$E(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n$$

[15]

Autrement dit, c'est la moyenne pondérée des valeurs de  $X$ , où les « coefficients » sont les  $p_i$ .

**Exemple.** Dans notre exemple<sup>[16]</sup>, on calcule l'espérance :

$$E(X) = 10 \times \frac{1}{13} + 5 \times \frac{3}{13} + 1 \times \frac{9}{52} + (-1) \times \frac{27}{52} = \frac{41}{26} \simeq 1,58^{[17]}$$

⇒ **Interprétation :** L'espérance représente la valeur moyenne de  $X$  si on répète l'expérience un grand nombre de fois.

Dans notre exemple, cela signifie que si on joue un grand nombre de fois, en moyenne on va gagner 1,58 € par partie.<sup>[18]</sup>

[15]. E comme Espérance, facile à retenir !

[16]. Le jeu de tirage d'une carte, regardez la partie précédente

[17]. Ici j'ai mis les valeurs de  $X$  en bleu et les probabilités en vert afin que vous voyiez bien : 10 est la première valeur du tableau, et  $\frac{1}{13}$  est la probabilité correspondante, puis 5 est la deuxième valeur du tableau, etc

[18]. Ça ne veut pas dire qu'on va gagner exactement cette somme à chaque fois ! Des fois on va gagner 10 €, des fois on va perdre 1 €, mais si on fait la moyenne sur toutes les parties la moyenne va s'approcher de 1,58 €. Notez que la valeur est positive, donc ça veut dire que ce jeu est « intéressant », on gagnerait (en moyenne) à y jouer. Si l'espérance avait été négative, on aurait été perdant en moyenne.